

# 円柱胴体に結合された矩形翼の揚力問題について

古 谷 嘉 志

## On the Lift Problem of the Rectangular Wing Combined with the Cylinder Body.

Yoshiyuki FURUYA

### abstract

The lift problem of interference between the rectangular wing and the cylinder body was treated at low Mach number.

The problem was treated by considering the flow blown down from the body to the wing.

And was found that the interference became small nearer to the wing edge and smaller at low Mach number.

### は し が き

円柱胴体に矩形翼が結合されている結合体には翼に円柱胴体からの吹きおろしによる干渉を生じるがこの論文ではこの結果生ずる揚力問題の解打を行なわんとするものである。

### 基 礎 理 論

円柱胴体に厚さのない矩形翼が円柱の中心線と平行に胴体の中央に結合されている時翼は胴体からの吹きおろしによって

$$\alpha_g = \alpha \left( 1 + \frac{a^2}{y^2} \right) \quad (1)$$

なる見かけの捩れ角を生じる。

ここに  $\alpha$  は迎角,  $a$  は胴体半径, 坐標は第1図のごとくとする。

ここで問題を簡略化するために胴体は無限に長いものとする。

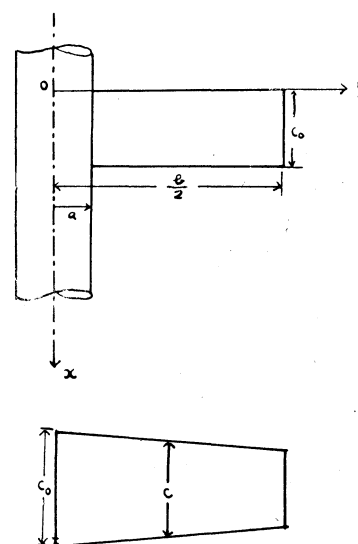
胴体の中心から翼端迄の距離を  $b/2$  とし翼法を  $C_0$  とする。

$$y = \frac{b}{2} \cos \theta \quad (2)$$

とおき (1) を変形すると

$$\alpha_g = \alpha \left( 1 + \frac{a^2}{\frac{b^2}{4} \cos^2 \theta} \right) \quad (3)$$

そこで見かけの迎角は



第 1 図

$$\alpha' = \alpha \left\{ 1 + \frac{4a^2}{b^2 \cos^2 \theta} \right\} = \alpha \left\{ 1 + \frac{4a^2}{b^2 \cos^2 \theta} \right\} \quad (4)$$

とかける。

(4) の両辺に  $\sin \theta$  を乗ずると

$$\alpha' \sin \theta = \alpha \left\{ 1 + \frac{4a^2}{b^2 \cos^2 \theta} \right\} \sin \theta$$

右辺を変形すると

$$\begin{aligned} (\text{右辺}) &= \alpha \left\{ \sin \theta + \frac{4a^2}{b^2} \sin \theta (1 + \sin^2 \theta + \sin^4 \theta + \dots) \right\} \\ &= \alpha \sin \theta + \frac{4\alpha a^2}{b^2} \sin \theta + \frac{4\alpha a^2}{b^2} \sin^3 \theta + \frac{4\alpha a^2}{b^2} \sin^5 \theta + \dots \\ &= \left( \alpha + \frac{4\alpha a^2}{b^2} \right) \sin \theta + \frac{4\alpha a^2}{b^2} \sin^3 \theta + \frac{4\alpha a^2}{b^2} \sin^5 \theta + \dots \end{aligned} \quad (4a)$$

左辺を次の如くフーリエ級数に展開する。

$$\begin{aligned} \alpha' \sin \theta &= \alpha_1 \sin \theta + \alpha_2 \sin 2\theta + \alpha_3 \sin 3\theta + \dots \\ &= (\alpha_1 + 2\alpha_2 + 3\alpha_3) \sin \theta + (-\alpha_2 - 4\alpha_3) \sin^3 \theta + \left( -\frac{1}{4} \alpha_2 \right) \sin^5 \theta + \dots \end{aligned} \quad (4b)$$

(4a) = (4b) とおいて  $\sin \theta$  の各べきの係数を等しいとおくと、

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= 2\alpha + \frac{27\alpha a^2}{b^2} \\ \alpha_2 &= -\frac{16\alpha a^2}{b^2} \\ \alpha_3 &= \frac{3\alpha a^2}{b^2} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

を得ることができる。

次の翼の後方に生じる渦の計算を行う。Kutta-Joukowski の式及亜音速線型化理論によって渦度  $\Gamma$  は

$$\Gamma = \frac{k'}{\sqrt{1 - M_\infty^2}} C U_\infty A \quad (7)$$

$$k' \approx 0.9\pi$$

ここに  $M_\infty$ ,  $U_\infty$  は自由流の Mach 数及流速である。又  $C$  は翼弦である。勿論この場合  $C = C_0 = \text{一定}$  (図-1) 又  $A$  は渦によって生じる見かけの角, 吹き下しによる見かけの迎角, 真の迎角を加え合わせたものである。

Prandtl の揚力線理論を適用して (7) を書き変えると、

$$\Gamma = k C U_\infty \left\{ \alpha' + \frac{1}{4\pi U_\infty} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \frac{d\Gamma}{d\eta} \frac{d\eta}{\eta - y} \right\} \quad k = \frac{k'}{\sqrt{1 - M_\infty^2}} \quad (8)$$

となる。

前述の如く

$$y = -\frac{b}{2} \cos \theta, \quad \eta = -\frac{b}{2} \cos \tau \quad (9)$$

とおき渦の強さ  $\Gamma$  を

$$\Gamma = 2b U_\infty \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin n\theta \quad (10)$$

と展開し (9), (10) を (8) に代入すると

$$\frac{C_0}{C} \sin \theta \sum_{n=1}^n A_n \sin n \theta + \mu_0 \sum_{n=1}^n A_n \sin n \theta = \mu_0 \alpha \sin \theta \quad (11)$$

$$\mu_0 = \frac{kC_0}{2b} \quad (12)$$

なる式を得ることができる。ここに  $C_0$  は  $y=0$  における翼弦、勿論  $C=C_0$  である。

次に翼形を決定する。翼形を次のフーリエ級数で近似する。

$$\frac{C_0}{C} \sin \theta = \beta_0 + 2\beta_2 \cos 2\theta + 2\beta_4 \cos 4\theta \quad (13)$$

$C_0=C$  において矩形翼に関してすでに得られている  $\beta_0, \beta_2, \beta_4$  の値を利用する。<sup>1)</sup>

即

$$\beta_0 = 0.6535 \quad 2\beta_2 = -0.3842 \quad \beta_4 = -0.0576 \quad (14)$$

(13) を (11) に代入して  $\Gamma$  のフーリエ級数 (10) も第三項で近似することになると次の式が得られる。

$$\left\{ \mu_0 - \beta_0 - \beta_2 - \frac{(\beta_2 - \beta_4)^2}{3\mu_0 + \beta_0} \right\} A_1 = \mu_0 \left( w_1 + \beta_4 \frac{w_3}{3\mu_0 + \beta_0} \right) \quad (15)$$

$$w_1 = \alpha_1 - \beta_2 \left( 1 - \frac{\beta_4}{3\mu_0 + \beta_0} \right) \frac{\alpha_3}{3\mu_0 + \beta_0}$$

$$w_3 = \alpha_3$$

$$\left( 2\mu_0 + \beta_0 - \beta_4 - \frac{\beta_2^2}{4\mu_0 + \beta_0} - \frac{\beta_4^2}{6\mu_0 + \beta_0} \right) A_2 = \mu_0 w_2 \quad (16)$$

$$w_2 = \alpha_2$$

$$\begin{aligned} \left( 3\mu_0 + \beta_0 - \frac{\beta_2^2}{5\mu_0 + \beta_0} - \frac{\beta_4^2}{7\mu_0 + \beta_0} \right) A_3 \\ + \left( \beta_2 - \beta_4 - \frac{\beta_2 \beta_4}{5\mu_0 + \beta_0} \right) A_1 = \mu_0 \alpha_3 \end{aligned} \quad (17)$$

(15), (16), (17) により  $A_1, A_2, A_3$  を求め (10) に入れば  $\Gamma$  を求めることができる。

よって

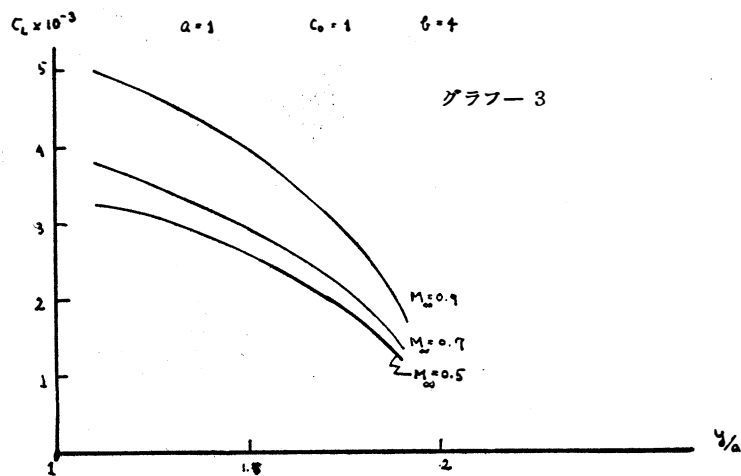
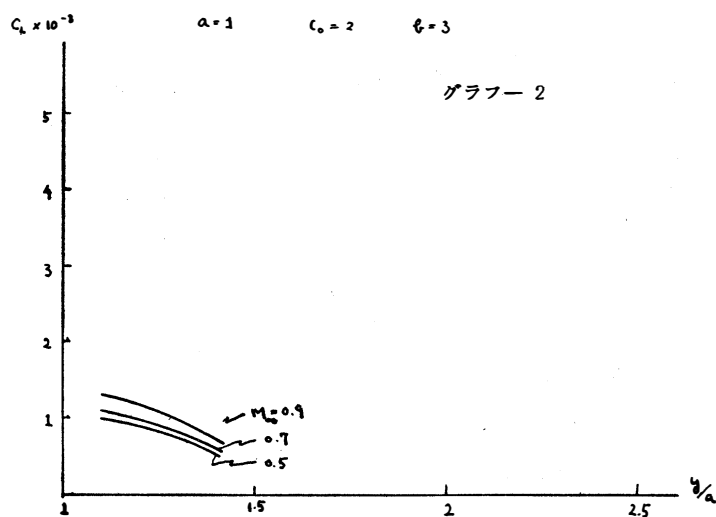
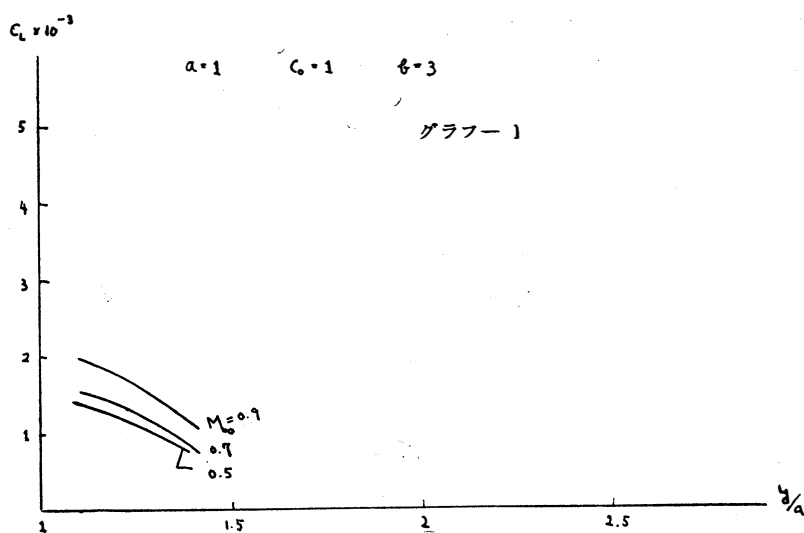
$$L = \rho U_\infty \Gamma$$

$$C_L = \frac{4b}{C_0} \left( A_1 \sin \theta + A_2 \sin 2\theta + A_3 \sin 3\theta \right)$$

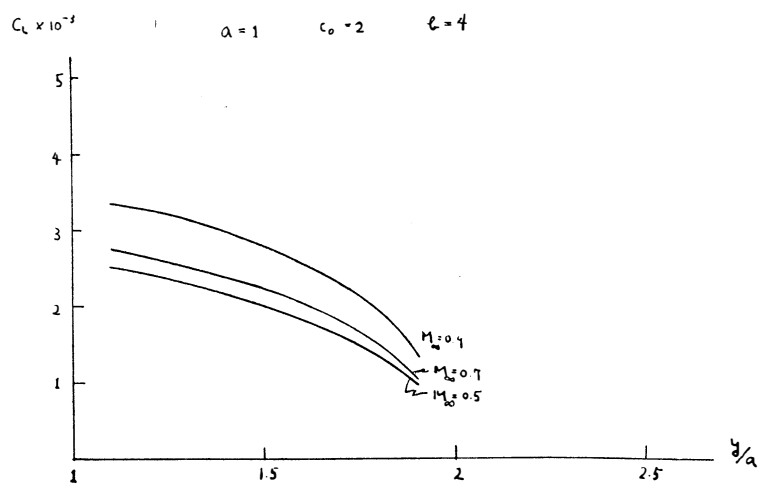
によって揚力係数  $C_L$  を求めることができる。

### 数 値 計 算

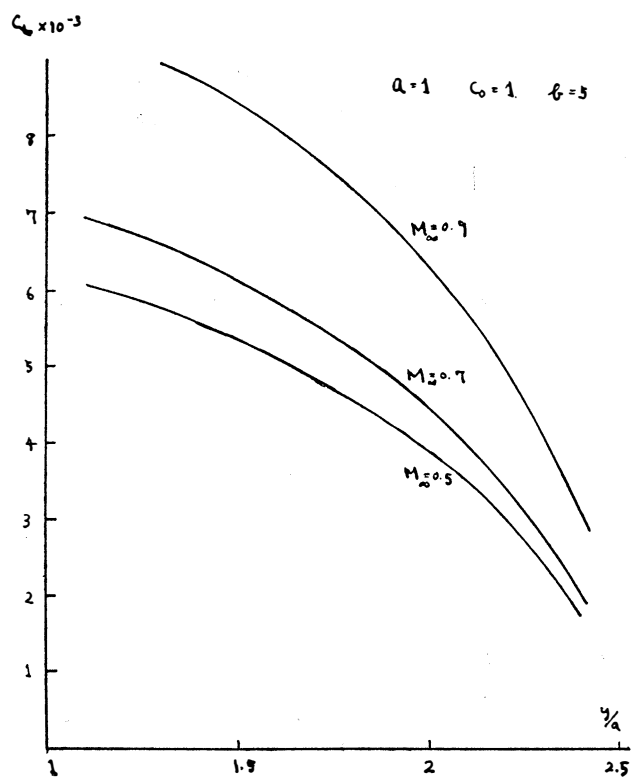
円柱胴体の半径  $a$  を 1 ととり、 $\alpha = 10^\circ$  として翼弦  $C_0$  及翼巾  $b/2$  を色々変えて数値計算を行い、その結果をグラフに示す。



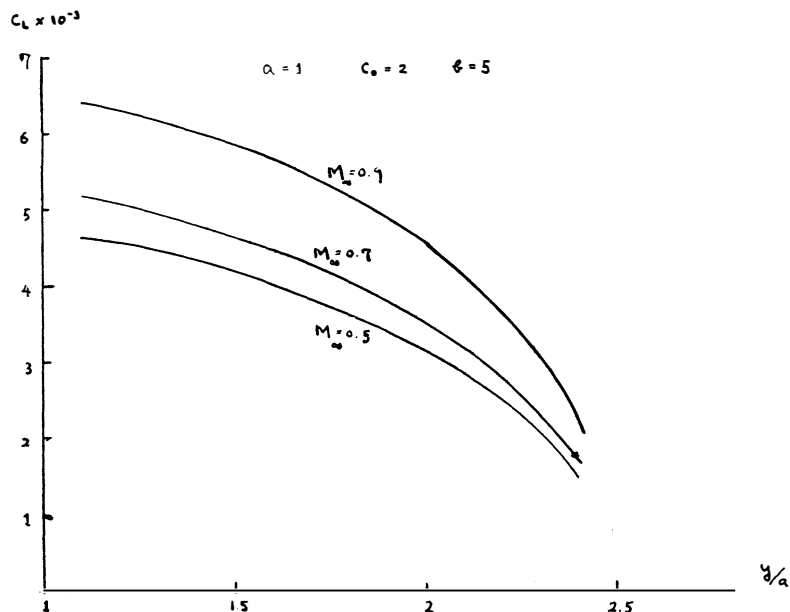
グラフ 4



グラフ 5



グラフ 6



## 結 語

矩形翼が胴体からの吹きおろしによって生じる揚力は翼端え行く程小さくなって行く。

又  $M_\infty$  が大きくなる程大きくなる。又  $\sin\theta$  が 1 に近づく即ち胴体に近づく程近似度が悪くなることは計算の途中より容易にわかる。

又胴体を有限のものとするれば 胴体前方からの影響も 加わるであろうがこの問題の解析は次回にしたいと思う。

この論文は著者が前回報告したような Slender であるという条件なしに適用できる利点があるが、Slender であると、近似がずっと悪くなると思う。又翼形を決定しにくい不利な点もあるがうまい解析は今後の問題としたい。

## 参 考 文 献

1. E. Carafoli; "High-Speed Aerodynamics" Pergamon Press. 1956
2. 河村竜馬; "高速空気力学" 日刊工業新聞社 昭. 33
3. F. Frankle and E. A. Karpovich; "Gas Dynamics of thin Bodies" Inc. New York 1953
4. A. Donovan and H. Lawrence; "Aerodynamic Component of Aircraft at High speed" Princeton New Jersey 1957
5. 守屋富次郎 "空気力学序論" 培風館 昭. 34
6. 銭福星 "亜音速における従横比の小さい翼胴体結合の胴体部分の揚力" 日本航空学会誌 第5巻 第44号 昭. 32
7. 古谷 "細長い翼胴体結合の空気力学" 富山大学工学部紀要 12巻 1.2号 昭. 36

(昭和36年11月30日受付)